

Fiche solutions générale des Equations différentielles ordre 1 et 2

- $\dot{y} + \frac{y}{\tau} = 0$

$$y = A \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$$

- $\ddot{y} - \lambda^2 y = 0$ (avec $\lambda > 0$)

$$y = A \exp(-\lambda t) + B \exp(\lambda t)$$

- $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ (avec $\omega > 0$)

$$y = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$y = A' \cos(\omega t) + B' \sin(\omega t)$$

$$y = A'' \exp(-i\omega t) + B'' \exp(i\omega t)$$

- $a\ddot{y} + b\dot{y} + cy = 0$ On écrit le polynôme caractéristique associé :

$$ar^2 + br + c = 0 ; \Delta = b^2 - 4ac$$

- 1^{er} cas : $\Delta < 0$: $\Delta = -(4ac - b^2) = i^2 (\sqrt{4ac - b^2})^2$

On a 2 racines complexes : $r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{4ac - b^2}}{2a} = \alpha + i\beta$ avec α et β réels

La solution est de la forme :

$$y = e^{\alpha t} (A e^{-i\beta t} + B e^{i\beta t})$$

$$y = e^{\alpha t} (A' \sin(\beta t) + B' \cos(\beta t))$$

$$y = A'' e^{\alpha t} \cos(\beta t + \varphi)$$

- 2^{ème} cas : $\Delta > 0 \rightarrow$ 2 racines réelles : r_1 et r_2 . la solution est de la forme :

$$y = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t}$$

- 3^{ème} cas : $\Delta = 0 \rightarrow$ une racine double r_0

$$y = (At + B) e^{r_0 t}$$